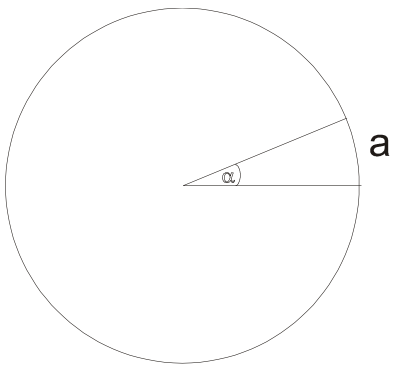
Proporzioni: lunghezza di un arco e area di un settore circolare

Proporzionalità diretta.

Esercizio 1:

Consideriamo una circonferenza di raggio $R=100$ e su questa circonferenza prendiamo un angolo al centro di ampiezza $\alpha=20°$ (usiamo i gradi sessagesimali e poi passeremo ad usare un altra unità di misura che è il radiante, che è la più usata in questa materia).
Vogliamo trovare la lunghezza dell'arco sotteso corrispondente all'angolo α.
In questo caso si può sfruttare la relazione di proporzionalità diretta che c'è tra le lunghezze degli archi e le ampiezze degli angoli.
Indico con a la lunghezza dell'arco corrispondente all'angolo α, e osservo che più è grande l'angolo α, tanto più è grande a, e anzi le due variabili α e a sono legate da un rapporto di proporzionalità diretta, quindi per risolvere l'esercizio sfrutto anche il fatto noto che la lunghezza l della circonferenza è data dalla formula $l=2\pi R$. La circonferenza si può vedere come l'arco a che corrisponde ad un angolo α uguale all'angolo giro, ossia la circonferenza (tutta quanta) è l'arco sotteso dall'angolo $\alpha = 360°$, quindi posso dire che la lunghezza della circonferenza sta all'angolo α come la lunghezza a dell'arco che devo trovare sta all'angolo $\alpha=20°$ e così posso risolvere il problema.

Soluzione:



Sfruttiamo la proporzionalità diretta tra α e a.
Sappiamo che la lunghezza l della circonferenza è: $l=2\pi R$.
L'incognita a si può dunque ricavare dalla relazione:

$$\frac{2\pi R}{360°} = \frac{a}{20°}$$

ovvero dato che $R=100$: $\frac{2\pi R}{360°} = \frac{a}{20°} \rightarrow \frac{2\pi}{3{,}6} = \frac{a}{20°}$ che ci dà:

$$a = \frac{20}{3{,}6}2\pi \rightarrow \ a = \frac{20}{1{,}8}\pi \rightarrow \ a = \frac{10}{0{,}9}\pi \rightarrow \ a = \frac{100}{9}\pi \rightarrow \ a = 11{,}\overline{1}\,\pi$$

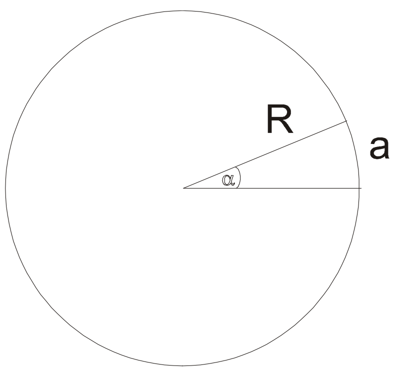
Per proseguire ci serve il valore numerico di π; ma $\pi=3{,}1415$, quindi il risultato è: $a = 11{,}\overline{1}\,\pi \bullet 3{,}1415...$

Esercizio 2

Con gli stessi dati dell'esercizio precedente troviamo l'area A del settore circolare di apertura $\alpha=20°$. Conosciamo il raggio $R=100$

Svolgimento:

1. Osserviamo che A è direttamente proporzionale ad α.
2. L'area del cerchio è l'area del settore circolare la cui apertura è l'angolo giro $\alpha=360°$.
3. L'area del cerchio è $\pi R^{2.}$



Quindi l'incognita A si può ricavare dalla proporzione:

$$\frac{\pi R^2}{360} = \frac{A}{20}$$

che ci da:

$$\frac{\pi 100^2}{360} = \frac{A}{20} \rightarrow \ \frac{\pi 10000}{360} = \frac{A}{20} \rightarrow$$

$$\rightarrow A = \frac{20}{360}\pi 10000 \rightarrow A = \frac{\pi 10000}{18} \rightarrow \ \mathrm{A} = \frac{\pi 5000}{9} \rightarrow A = \frac{\pi \cdot 50 \cdot 100}{9} \rightarrow$$

$$\rightarrow A = \pi \cdot 10 \cdot 11{,}\overline{1} \rightarrow A = \pi \cdot 555{,}\overline{5}$$