

CIRCUITI LOGICI

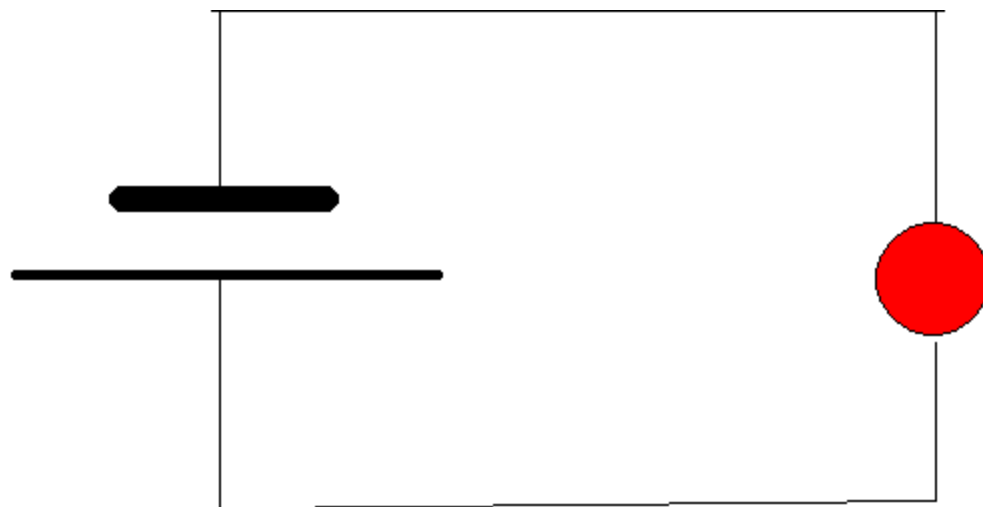
Consideriamo un circuito elettrico formato da un filo conduttore, un generatore ed una lampadina.

Quando l'interruttore I è chiuso, la corrente circola nel circuito e la lampadina L si accende; quando I è aperto, la corrente non circola e la lampadina L rimane spenta.

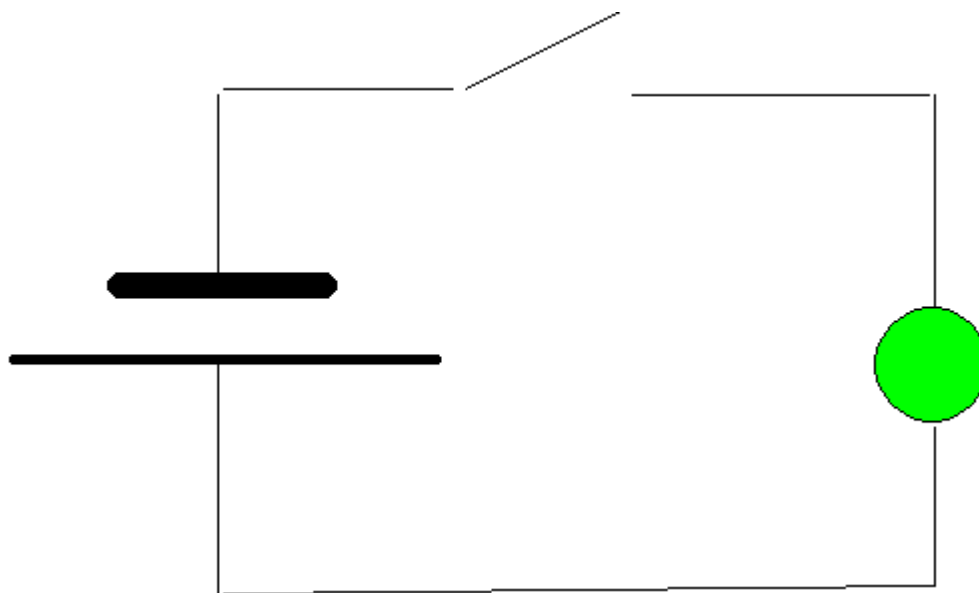
Si hanno due casi possibili:

- ① I chiuso L accesa
- ② I aperto L spenta

Indichiamo con **1** il primo stato e con **0** il secondo



I Chiuso



I Aperto

I circuiti precedentemente descritti prendono il nome di circuiti logici elementari ed il loro linguaggio è un linguaggio binario.

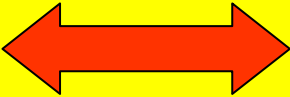
Ricordando che una proposizione logica elementare può essere vera o falsa, i circuiti elettrici rappresentano proposizioni elementari

Operazioni sui circuiti logici

Le operazioni sono le seguenti:

- a. Prodotto logico**
- b. Somma logica**
- c. complementazione**

Proposizione vera
V



Circuito chiuso, lampadina
accesa (Stato 1)

Proposizione falsa
F

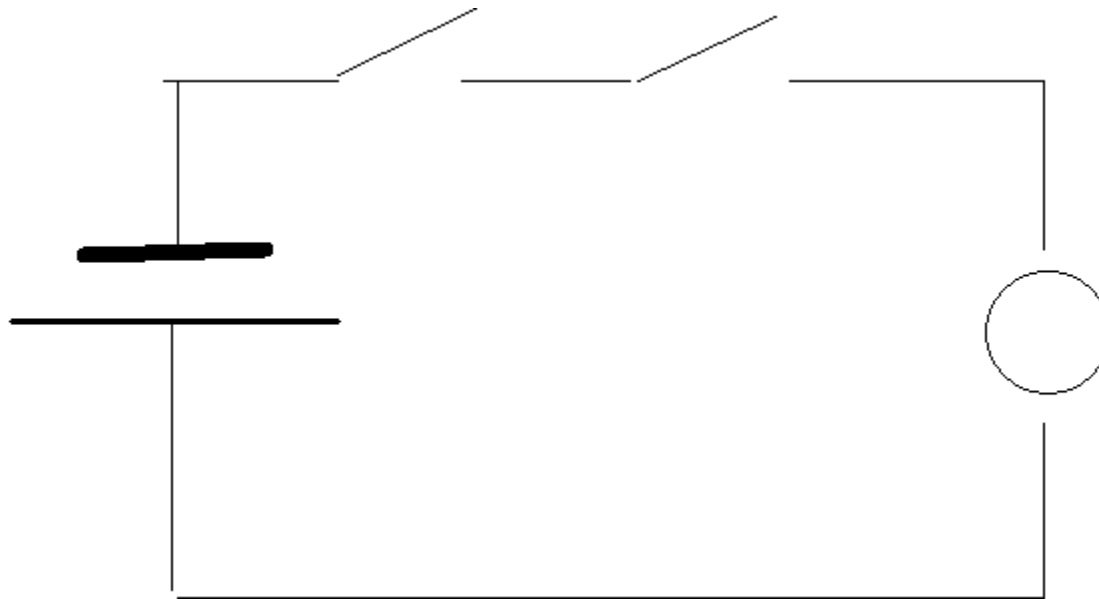


Circuito aperto, lampadina
spenta (Stato 0)

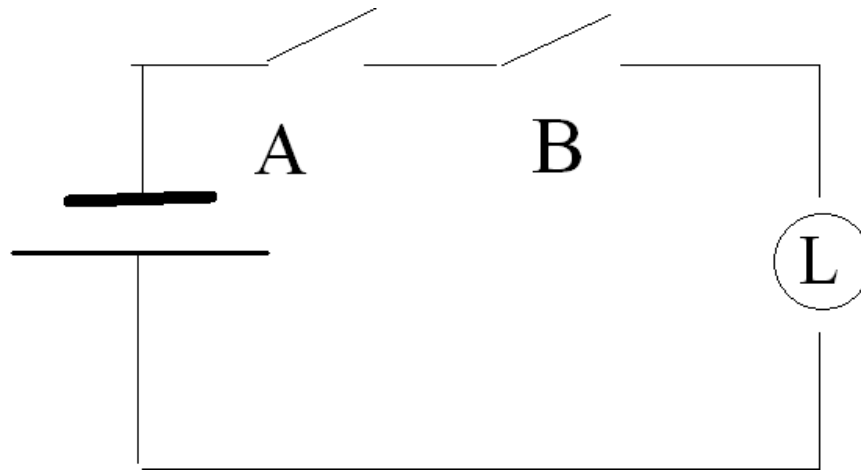
Prodotto logico

Se in un circuito sono inseriti due o più interruttori A, B, C, \dots . Il circuito sarà il composto dei circuiti elementari A, B, C, \dots . Dove i circuiti elementari sono identificati dagli interruttori A, B, C, \dots .

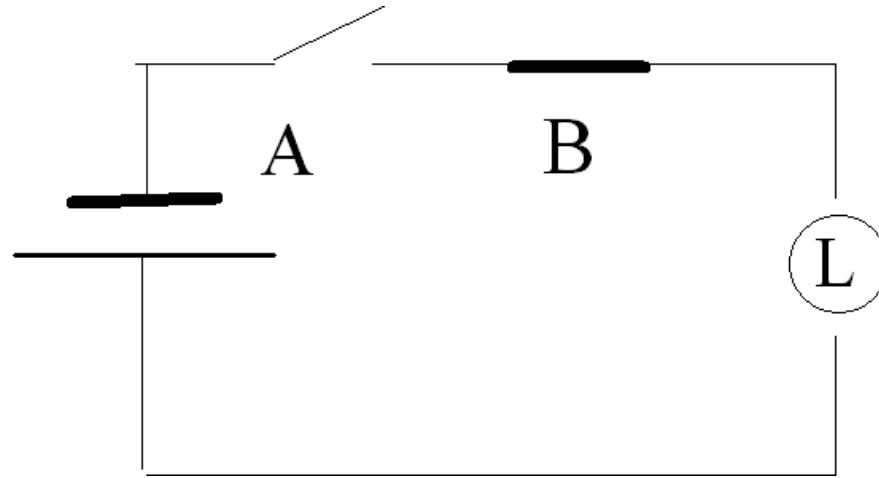
Due interruttori sono collegati in serie quando sono inseriti secondo il seguente collegamento:



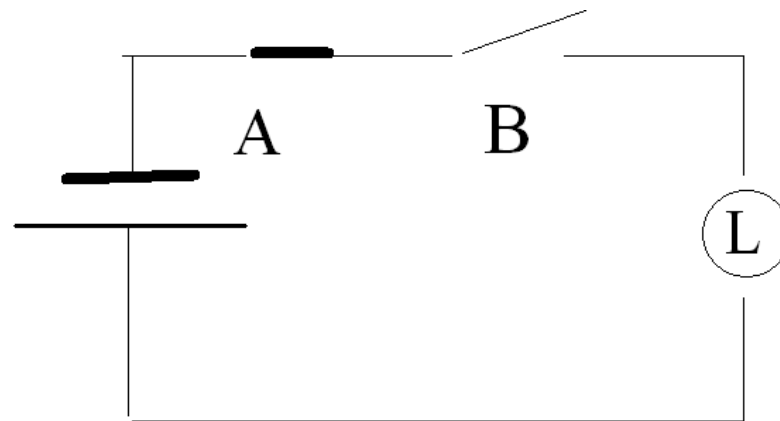
Se un circuito composto è formato da due circuiti elementari A, B collegati in serie si hanno i casi:



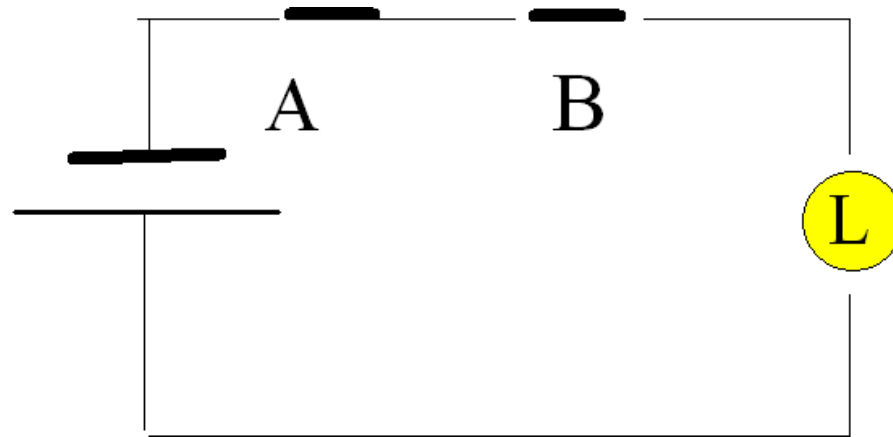
A aperto, B aperto, L spenta



A aperto, B chiuso, L spenta



A chiuso, B aperto, L spenta



A chiuso, B chiuso, L accesa

Definiamo prodotto logico (o circuito logico and) il circuito che si ottiene collegando in serie i circuiti A e B. si indica con

$$C = A \square B \quad A \text{ and } B$$

La tavola di verità è

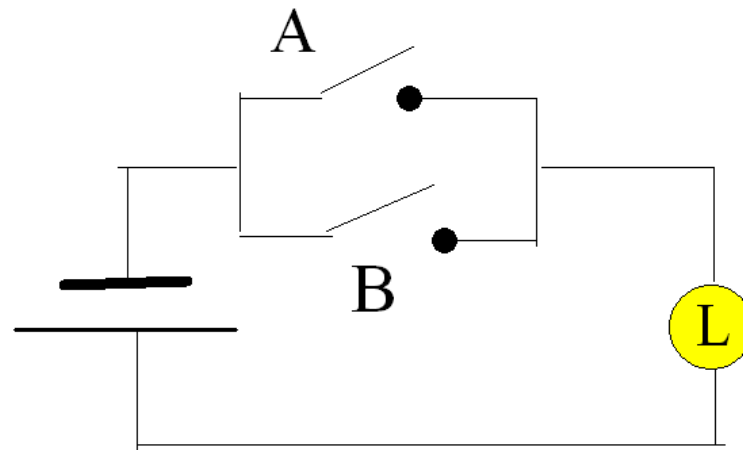
A	B	C = A ∧ B
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Pertanto il circuito and realizza la congiunzione logica

$$c = a \wedge b$$

Somma logica

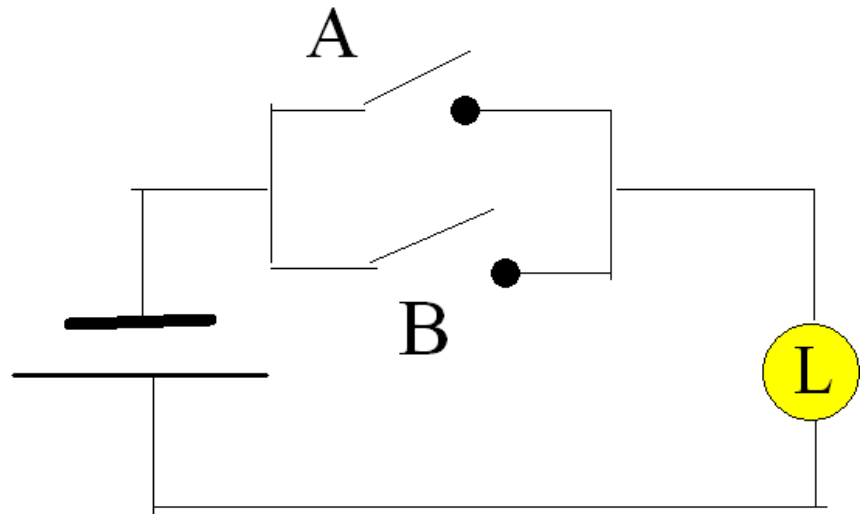
Due interruttori sono collegati in parallelo quando sono inseriti secondo lo schema



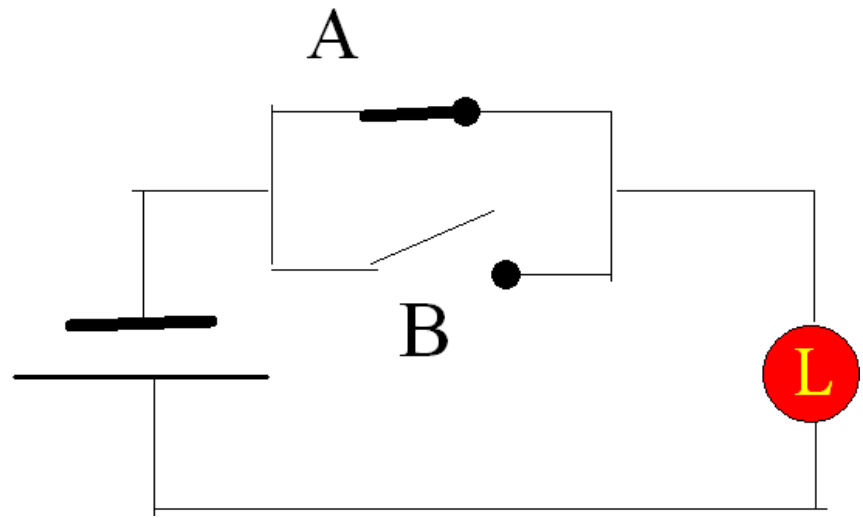
Definiamo somma logica (o circuito logico or) di due circuiti A e B il circuito C che si ottiene collegando in parallelo A e B

Avremo

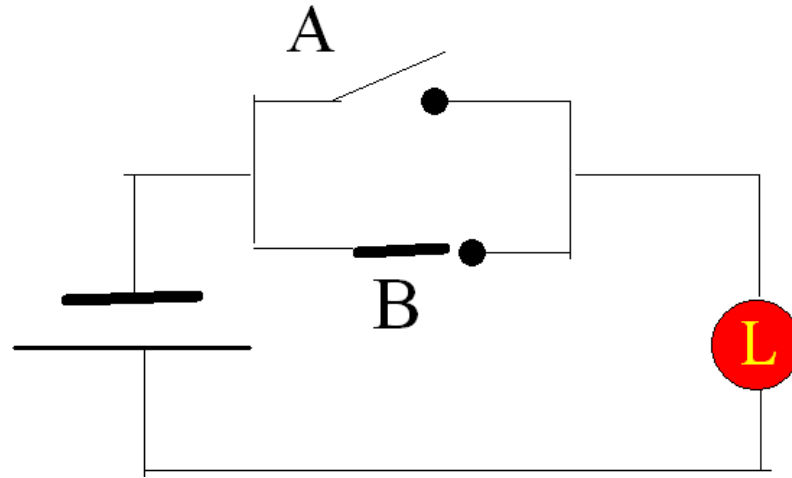
A aperto, B aperto, L spenta



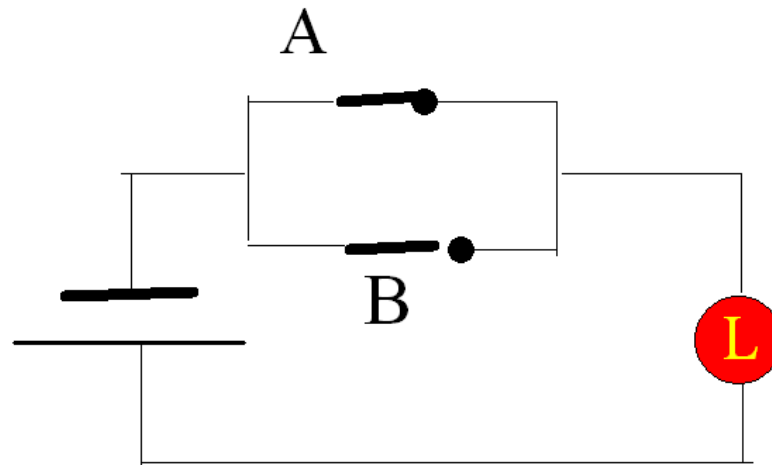
A chiuso, B aperto, L accesa



A aperto, B chiuso, L accesa



A chiuso, B chiuso, L accesa



La somma logica viene indicata con $C = A + B$ o con $A \text{ or } B$

La tabella di verità sarà quindi

A	B	$C = A + B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

E corrisponde alla disgiunzione logica

$$c = a \vee b$$

Proprietà del prodotto logico e della somma logica

a) Proprietà associativa

$$(A \square B) \square C = A \square (B \square C)$$

$$(A + B) + C = A + (B + C)$$

b) Proprietà commutativa

$$A \square B = B \square A$$

$$A + B = B + A$$

c) Proprietà distributive

1. Del prodotto rispetto alla somma

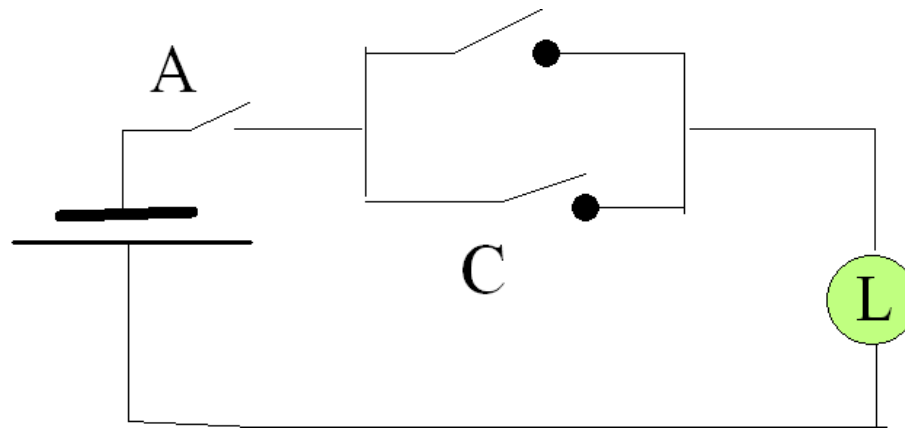
$$A \square (B + C) = A \square B + A \square C$$

2. Della somma rispetto al prodotto

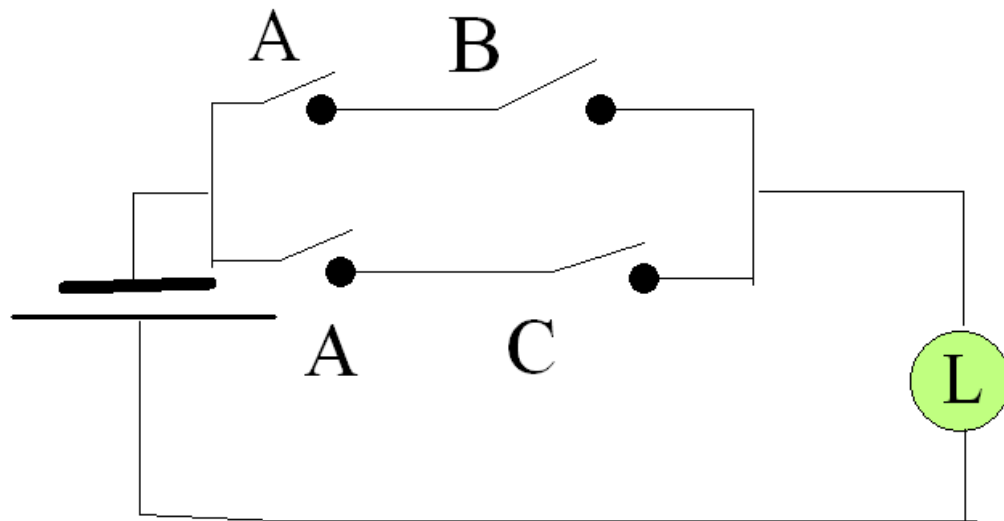
$$A + (B \square C) = (A + B) \square (A + C)$$

Dimostriamo la proprietà distributiva del prodotto rispetto alla somma

$$M = A \square (B + C)$$



$$N = (A \square B) + (A \square C)$$



La tabella sarà

I circuiti M ed N realizzano le proposizioni logiche

$$a \wedge (b \vee c) \quad \text{e} \quad (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$$

Si chiama circuito complementare o circuito logico not di un circuito A , un circuito che è aperto quando A è chiuso ed è chiuso quando A è aperto. Si indica con:

\bar{A}

A	\bar{A}	$\bar{\bar{A}}$
1	0	1
0	1	0

Leggi del calcolo dei circuiti

1. Leggi di idempotenza

|

$$\text{Prodotto logico} \quad A * A = A$$

$$\text{Somma logica} \quad A + A = A$$

2. Leggi di assorbimento

$$A \square (A + B) = A \quad A + (A \square B) = A$$

3. Leggi di De Morgan

$$\overline{A \square B} = \overline{A} + \overline{B} \quad \overline{A + B} = \overline{A} \square \overline{B}$$

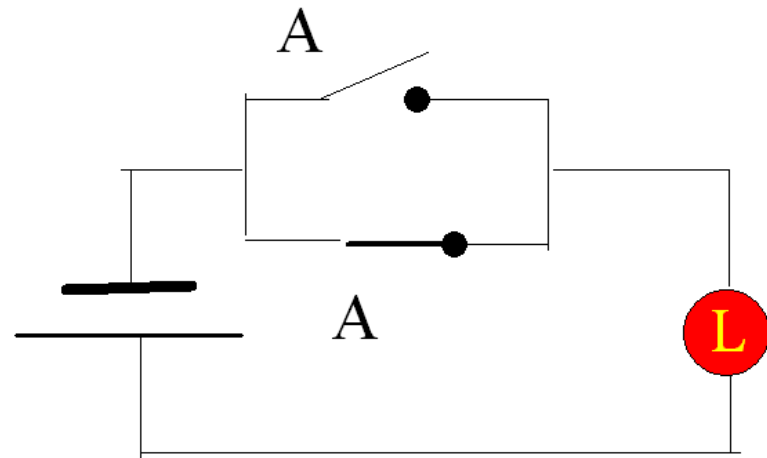
Un circuito sempre aperto ha uno stato costante 0, mentre un circuito sempre chiuso ha lo stato costante 1.

Per cui un circuito sempre aperto realizza la contraddizione F

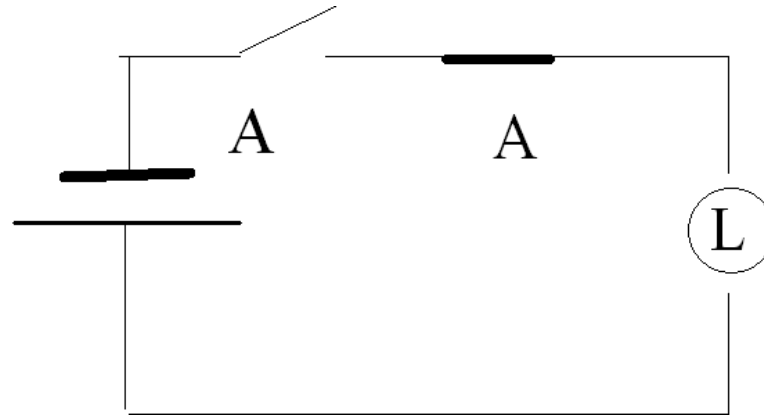
Un circuito sempre chiuso realizza la tautologia V.

Si ha:

$$A + \bar{A} = 1$$



$$A \square \bar{A} = 0$$



Le tavole di verità sono

A	\bar{A}	$A + \bar{A}$	$A \square \bar{A}$
1	0	1	0
0	1	1	0

Che realizzano le proposizioni logiche

$$a \vee \bar{a} = V$$

tautologia

$$a \wedge \bar{a} = F$$

contraddizione

Si nota come il calcolo dei circuiti logici realizza concretamente il calcolo delle proposizioni logiche.

Inoltre: il calcolo delle proposizioni è un concetto astratto perché opera su elementi astratti quali sono le proposizioni.

Il calcolo dei circuiti è un calcolo concreto perché opera su elementi concreti quali sono i circuiti elettrici.

Anche il calcolo degli insiemi è un concetto astratto perché astratti sono gli insiemi su cui opera, ma il suo linguaggio non è un linguaggio binario.